



1. 1.1. Bir öğrenci, üslü ifadelerin bölümü ile ilgili aşağıdaki varsayımı ileri sürmüştür:

"Katsayılar kendi arasında bölünür, taban değişmeden kalır, üsler birbirinden çıkarılır."

Bu varsayımı aşağıdaki işlemleri yaparak sınavınız. Elde ettiğiniz sonuçlara göre varsayımın hangi durumlarda geçerli olduğunu belirleyerek aşağıdaki önermedeki boşlukları uygun ifadelerle doldurunuz. (6 puan)

$$\bullet (6 \cdot 2^5) \div (3 \cdot 2^2) =$$

$$\bullet (5 \cdot 2^3) \div (4 \cdot 2^5) =$$

$$\bullet (6 \cdot 2^3) \div (3 \cdot 3^2) =$$

Önerme: $a \neq 0$, $b \neq 0$, $x \neq 0$ gerçel sayılar ve m , n tam sayılar olmak üzere $(a \cdot x^m) \div (b \cdot x^n) = \dots\dots\dots$

- 1.2. ve 1.3. soruları aşağıdaki bilgilere göre cevaplandırınız.**

Tarım alanının yeterliliği değerlendirilirken toplam alan yerine kişi başına düşen alan dikkate alınır. Aşağıdaki tabloda, Türkiye ve dünya geneline ilişkin 2022 yılına ait yaklaşık nüfus ve toplam tarım arazisi yüz ölçümü değerleri verilmiştir.

Tablo: Nüfus ve Toplam Tarım Arazilerinin Yüz Ölçümü Değerleri

	Nüfus	Tarım Arazisi (m ²)
Türkiye	$8,0 \cdot 10^7$	$3,6 \cdot 10^{11}$
Dünya	$8,0 \cdot 10^9$	$4,8 \cdot 10^{13}$

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

- 1.2. Türkiye’de ve dünyada kişi başına düşen tarım alanını hesaplayınız. Sonuçları metrekare cinsinden ve bilimsel gösterimle yazınız. (5 puan)**

- 1.3. Elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız. Türkiye’nin dünya nüfusu ve dünya tarım alanı içindeki paylarını hesaplayınız. Bu payları kullanarak Türkiye’de kişi başına düşen tarım alanının dünya ortalamasından az ya da çok olmasını yorumlayınız. (4 puan)**

2. Uluslararası kâğıt standardı olan A serisi (A3, A4, A5 vb.) kâğıtların tasarımında özel bir oran kullanılır. Bu kâğıtlar, uzun kenarlarının tam ortasından ikiye katlandığında (veya kesildiğinde) bir alt boyuta geçerler (Örneğin A4 kâğıdı ortadan ikiye kesildiğinde iki adet A5 elde edilir).
Bu kâğıtların en önemli özelliği, boyutları küçülse de uzun kenar uzunluğunun kısa kenar uzunluğuna oranının daima aynı kalmasıdır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

- 2.1. Kısa kenarı x birim, uzun kenarı y birim olan bir A kâğıdı ortadan ikiye kesildiğinde; oluşan yeni kâğıdın kısa kenarı $\frac{y}{2}$ birim, uzun kenarı ise x birim olmaktadır.

Her iki kâğıdın uzun kenarının kısa kenarına oranının eşit olmasından yola çıkarak, y uzunluğunun x cinsinden değerini bulunuz ve aşağıdaki önermede boş bırakılan kısımları tamamlayınız. (8 puan)

Önerme: "A serisi bir kâğıtta uzun kenar uzunluğu, daima kısa kenar uzunluğunun katıdır."

- 2.2. Bir A4 kâğıdının kısa kenar uzunluğu yaklaşık 21 cm'dir.

Buna göre A4 kâğıdının uzun kenar uzunluğunu bulunuz. Ardından bu A4 kâğıdından iki kez kesim yapılarak elde edilen A6 kâğıdının kenar uzunluklarını hesaplayınız. (7 puan)

3. Bir kara yolunun 0. kilometresinden 120. kilometresine kadar olan kesiminde iki radyo istasyonu yayın yapmaktadır. A istasyonu yolun 40. kilometresinde, B istasyonu ise 85. kilometresinde kurulmuştur. Yol üzerindeki her noktanın konumu, yolu başlangıç noktasından itibaren ölçen x kilometre değeri ile belirtilmektedir.

İki istasyonun yayın menzilleri birbirinden farklıdır:

- A istasyonunun yayını, istasyona olan uzaklığı 30 kilometreden küçük olan noktalardan dinlenebilmektedir. Uzaklık 30 kilometre olduğunda yayın dinlenememektedir.
- B istasyonunun yayını, istasyona olan uzaklığı en çok 20 kilometre olan noktalardan dinlenebilmektedir. Uzaklık 20 kilometre olduğunda da yayın dinlenebilmektedir.

Yol üzerinde A istasyonundan dinlenebilen noktaların kümesi A, B istasyonundan dinlenebilen noktaların kümesi B ile gösterilecektir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

- 3.1. A ve B kümelerini mutlak değerli bir eşitsizlik, aralık gösterimi ve ortak özellik yöntemi ile yazınız. (5 puan)

- 3.2. Her iki istasyonun da aynı anda dinlenebildiği noktaların kümesini $A \cap B$ biçiminde ifade ediniz. Bu kümeyi aralık gösterimi ile yazıp sayı doğrusu üzerinde gösteriniz. (5 puan)

- 3.3. Yalnızca A istasyonundan dinlenebilen noktaların kümesini $A \setminus B$, yalnızca B istasyonundan dinlenebilen noktaların kümesini $B \setminus A$ biçiminde yazınız. (5 puan)

- 3.4. En az bir istasyondan dinlenebilen noktaların kümesini $A \cup B$ biçiminde yazınız. (5 puan)

4. $A = \{x \mid x = 2n - 1, n \in \mathbb{Z}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre A kümesi için

- I. A kümesinin tüm elemanları, sayı doğrusu üzerinde birbirine göre kesin bir sıralamaya göre yerleştirilebilir.
- II. A kümesinden seçilen herhangi iki farklı eleman arasında her zaman bu kümeye ait başka bir eleman daha bulunur.
- III. A kümesinden seçilen herhangi iki elemanın toplamı, her zaman yine A kümesinin bir elemanı olur.
- IV. A kümesinden seçilen herhangi iki elemanın çarpımı, her zaman yine A kümesinin bir elemanı olur.

İfadelerinin doğru ya da yanlış olma nedenlerini, verilen özellikleri açıklayarak yazınız. (15 puan)

5. Bir pozitif tam sayı, iki tam karenin farkı biçiminde yazılabiliyorsa bu sayıya kare farkı sayısı denir. Örneğin $5 = 3^2 - 2^2$ olduğundan 5 bir kare farkı sayısıdır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

5.1. Aşağıdaki tabloyu doldurunuz. Tabloda görülen düzenin yazıldığı cümledeki uygun boşlukları tamamlayınız. Bu düzenin bütün tek sayılar için geçerli olduğunu yalnızca bu tabloya dayanarak söyleyebilir misiniz? Gerekçelendiriniz. (7 puan)

Sayı	Ardışık İki Tam Kare	Fark
7	$4^2 - 3^2$	$16 - 9 = 7$
11		
15		
19		

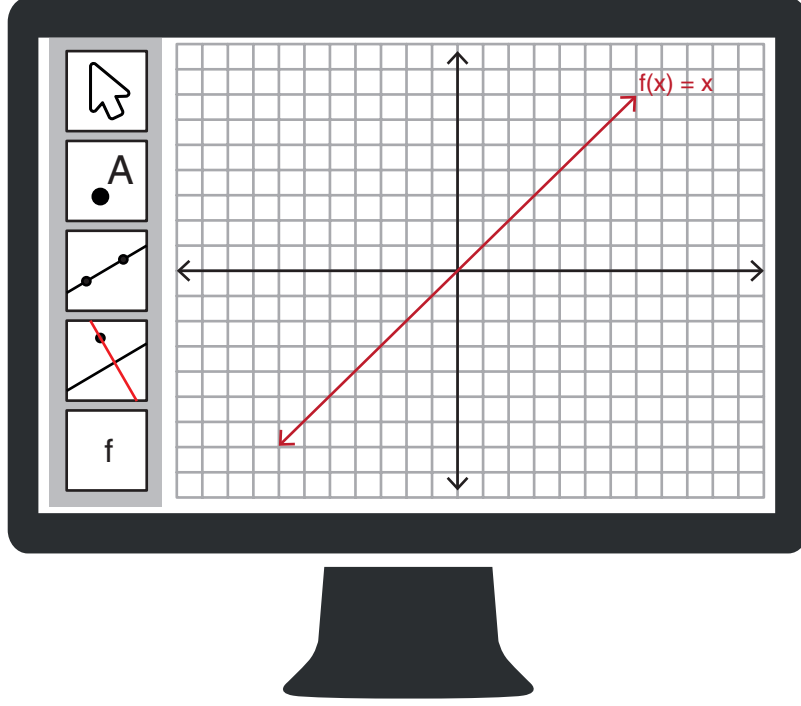
Görünen Düzen: Her sayı, iki farkı olarak yazılabilir.

5.2. $(a - b) \cdot (a + b)$ çarpımını, çarpmanın toplama ve çıkarma üzerine dağılma özelliğini kullanarak açınız. Elde ettiğiniz eşitlikten iki kare farkı özdeşliğini yazınız ve birbirini götüren terimlerin hangi işlem özelliği sayesinde sıfırlandığını belirtiniz. Ardından görünen düzeni sembolik dille yazılan önermedeki uygun boşlukları tamamlayınız ve bu özdeşlikten yararlanarak ispatlayınız. (8 puan)

Önerme: $\dots k \in \dots$ için $(k + 1)^2 - k^2 = \dots$

6. Bilgisayar ekranında gördüğünüz $f(x) = x$ birimkareler üzerindeki dik koordinat düzleminde grafiği çizilen doğrusal bir referans fonksiyondur. Bu referans fonksiyonundan türetilen $g(x)$ doğrusal fonksiyonu için aşağıdaki adımlar izlenmektedir:

- f fonksiyonunun her bir değeri 2 ile çarpılarak $y = 2 \cdot f(x)$ fonksiyonu elde edilir.
- Elde edilen fonksiyonun grafiği yatayda 4 birim sola, dikeyde 2 birim yukarı ötelenir.



Buna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

6.1. Belirtilen adımları takip ederek g fonksiyonun cebirsel temsilini oluşturunuz. (6 puan)

6.2. $f(x) = x$ referans fonksiyonu ve yeni fonksiyona ait cebirsel temsilden yararlanarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz. (8 puan)

Fonksiyon	Fonksiyonun Sıfırı	Fonksiyonun İşareti	Fonksiyonun Artanlığı - Azanlığı	Fonksiyonun Maksimum - Minimum Noktaları	Fonksiyonun Bire Birliği
f					
g					

6.3. g fonksiyonunun grafiğini, f fonksiyonunun grafiğinden yararlanarak dik koordinat sisteminde çizin. Çiziminizde g grafiğinin eksenleri kestiği noktaları işaretleyiniz. Ardından f ve g grafiklerinin birbirine göre konumunu; eğimleri ve eksenleri kestiği noktalar bakımından açıklayınız. (6 puan)

SORU NO	ÖĞRENME ÇIKTISI	BECERİLER
1	MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme
2	MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme
3	MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme	MAB3. Matematiksel Temsil MAB2. Matematiksel Problem Çözme
4	MAT.9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme
5	MAT.9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analogik akıl yürütebilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme
6	MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ ($a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	MAB1. Matematiksel Muhakeme MAB2. Matematiksel Problem Çözme

PUANLAMA TABLOSU															
1			2		3				4	5		6			TOPLAM
1.1.	1.2.	1.3.	2.1	2.2	3.1.	3.2	3.3.	3.4		5.1	5.2	6.1.	6.2.	6.3.	
6	5	4	8	7	5	5	5	5	15	7	8	6	8	6	100

ÇÖZÜMLER

1. 1.1.

$$(6 \cdot 2^5) \div (3 \cdot 2^2)$$

$$\text{Varsayımla: } (6 \div 3) \cdot 2^{5-2} = 2 \cdot 2^3 = 2 \cdot 8 = 16$$

$$\text{Değerlerle: } 6 \cdot 2^5 = 6 \cdot 32 = 192 ; 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12 ; 192 \div 12 = 16$$

İki yolla bulunan sonuç aynıdır. Varsayım bu işlemde tutmuştur. **(1 puan)**

$$(5 \cdot 2^3) \div (4 \cdot 2^5)$$

$$\text{Varsayımla: } (5 \div 4) \cdot 2^{3-5} = (5/4) \cdot 2^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{16}$$

$$\text{Değerlerle: } 5 \cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40 ; 4 \cdot 2^5 = 4 \cdot 32 = 128 ; 40 \div 128 = \frac{5}{16}$$

İki yolla bulunan sonuç aynıdır. Varsayım bu işlemde tutmuştur. **(1 puan)**

$$(6 \cdot 2^3) \div (3 \cdot 3^2)$$

$$\text{Değerlerle: } 6 \cdot 2^3 = 6 \cdot 8 = 48 ; 3 \cdot 3^2 = 3 \cdot 9 = 27 ; 48 \div 27 = \frac{16}{9}$$

Varsayım uygulanamaz. Çünkü tabanlar farklıdır. Varsayım, tabanın değişmeden kalmasını gerektirir; burada hangi tabanın korunacağı belirsizdir. Üslerin farkı alınsa bile $(3 - 2 = 1)$ sonuç $2 \cdot 2^1 = 4$ olur ve doğru değer olan $\frac{16}{9}$ 'u vermez. **(1 puan)**

Varsayımın geçerli olması için tabanlar aynı ve sıfırdan farklı olmalıdır, katsayılar sıfırdan farklı olmalıdır ve üsler tam sayı olmalıdır. **(2 puan)**

Önerme: $a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0$ gerçek sayılar ve m, n tam sayılar olmak üzere $(a \cdot x^m) \div (b \cdot x^n) = (a \div b) \cdot x^{m-n}$
(1 puan)

Önerme, “tabanlar aynı olduğunda katsayılar bölünür ve üsler çıkarılır” biçiminde sözlü olarak da yazılabilir.

1.2.

$$\text{Türkiye’de kişi başına düşen tarım alanı: } \frac{3,6 \cdot 10^{11}}{8,0 \cdot 10^7} = \frac{3,6}{8,0} \cdot 10^{11-7} = 0,45 \cdot 10^4 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ m}^2 \text{ (3 puan)}$$

$$\text{Dünyada kişi başına düşen tarım alanı: } \frac{4,8 \cdot 10^{13}}{8,0 \cdot 10^9} = \frac{4,8}{8,0} \cdot 10^{13-9} = 0,6 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^3 \text{ m}^2 \text{ (2 puan)}$$

1.3. $4,5 \cdot 10^3 < 6 \cdot 10^3$ olduğundan Türkiye’de kişi başına düşen tarım alanı dünya ortalamasından azdır. **(1 puan)**

$$\text{Türkiye’nin dünya nüfusu içindeki payı: } \frac{8,0 \cdot 10^7}{8,0 \cdot 10^9} = 1 \cdot 10^{-2} = \% 1 \text{ (1 puan)}$$

$$\text{Türkiye’nin dünya tarım alanı içindeki payı: } \frac{3,6 \cdot 10^{11}}{4,8 \cdot 10^{13}} = 0,75 \cdot 10^{-2} = \% 0,75 \text{ (1 puan)}$$

Türkiye’nin tarım alanı payı (%0,75), dünya nüfusu içindeki payından (%1) küçüktür. Bu nedenle kişi başına düşen tarım alanı dünya ortalamasının altında kalmaktadır. **(1 puan)**

2. 2.1.

Başlangıçtaki kâğıdın kenar oranı: $\frac{y}{x}$ (1 Puan)

Kesildikten sonra oluşan kâğıdın kenar oranı: $\frac{\frac{x}{y}}{2}$ (1 Puan)

Oranların eşitlenmesi ve denklemin kurulması: $\frac{y}{x} = \frac{\frac{x}{y}}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2x}{y}$ (2 Puan)

İçler dışlar çarpımı ile çözüm: $y^2 = 2x^2 \Rightarrow y = x\sqrt{2}$ (2 Puan)

Önerme: "A serisi bir kâğıtta uzun kenar uzunluğu, daima kısa kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ katıdır." (2 Puan)

2.2.

A4 uzun kenar hesabı: Kısa kenar uzunluğu 21 cm ise uzun kenar uzunluğu $21\sqrt{2}$ cm'dir. (1 Puan)

A5 elde etme: Uzun kenar ($21\sqrt{2}$) ikiye bölünür, yeni kısa kenar uzunluğu $\frac{21\sqrt{2}}{2}$ cm olur. Uzun kenar uzunluğu ise 21 cm olur.

(A5 boyutları: 21 cm ve $\frac{21\sqrt{2}}{2}$ cm) (3 Puan)

A6 elde etme: Yeni uzun kenar (21) ikiye bölünür, yeni kısa kenar uzunluğu $\frac{21}{2} = 10,5$ cm olur.

Uzun kenar uzunluğu ise $\frac{21\sqrt{2}}{2} = 10,5\sqrt{2}$ cm olur.

(A6 boyutları: 10,5 cm ve $10,5\sqrt{2}$ cm) (3 Puan)

3. 3.1. Yol üzerinde konumu x olan bir noktanın A istasyonuna uzaklığı, iki nokta arasındaki farkın mutlak değeri ile ifade edilir: $|x - 40|$.

A istasyonunun yayını bu uzaklık 30 km'den küçük iken dinlenebildiğine göre A kümesi, uzaklığı 30 km'den küçük olan noktaların kümesidir:

Mutlak değerli eşitsizlik gösterimi: $A = \{x \mid |x - 40| < 30, x \in \mathbb{R}\}$

Eşitsizliğin çözümü: $-30 < x - 40 < 30 \Rightarrow 10 < x < 70$

Aralık gösterimi: $A = (10, 70)$ Ortak özellik gösterimi: $A = \{x \mid 10 < x < 70, x \in \mathbb{R}\}$ (2 puan)

B istasyonuna uzaklık $|x - 85|$ ile ifade edilir ve yayın bu uzaklık en çok 20 km iken, yani 20 km dâhil olmak üzere dinlenebilmektedir:

Mutlak değerli eşitsizlik gösterimi: $B = \{x \mid |x - 85| \leq 20, x \in \mathbb{R}\}$

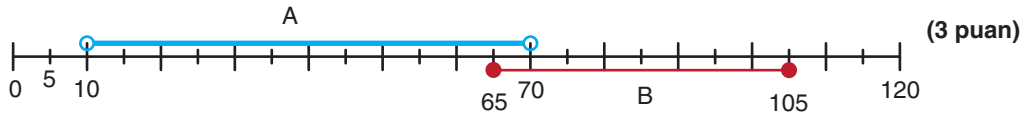
Eşitsizliğin çözümü: $-20 \leq x - 85 \leq 20 \Rightarrow 65 \leq x \leq 105$

Aralık gösterimi: $B = [65, 105]$ Ortak özellik gösterimi: $B = \{x \mid 65 \leq x \leq 105, x \in \mathbb{R}\}$ (3 puan)

3.2. Her iki istasyonun da aynı anda dinlenebildiği noktalar, iki kapsama bölgesinin ortak kısmıdır; bu yüzden aranan işlem kesişimdir:

$A \cap B = (10, 70) \cap [65, 105] = [65, 70)$ (2 puan)

Aralık ve ortak özellik gösterimi: $A \cap B = \{x \mid 65 \leq x < 70, x \in \mathbb{R}\}$



3.3.

$A \setminus B$, A kümesine ait olup B kümesine ait olmayan noktaların kümesidir; yani yalnızca A istasyonundan dinlenebilen kesimdir. Bu kesim A'nın sol tarafında kalır ve 65 noktasında biter, çünkü $65 \in B$ 'dir:

$A \setminus B = (10, 65)$

$A \setminus B = \{x \mid 10 < x < 65, x \in \mathbb{R}\}$

Uzunluk: $65 - 10 = 55$ km (2 puan)

$B \setminus A$ ise B kümesine ait olup A kümesine ait olmayan noktaların kümesidir; yani yalnızca B istasyonundan dinlenebilen kesimdir. Bu kesim B'nin sağ tarafında kalır ve 70 noktasından başlar, çünkü $70 \notin A$ 'dır:

$B \setminus A = [70, 105]$

$B \setminus A = \{x \mid 70 \leq x \leq 105, x \in \mathbb{R}\}$

Uzunluk $105 - 70 = 35$ km (3 puan)

3.4.

En az bir istasyondan dinlenebilen noktalar, iki kapsama bölgesinin birleşimidir. İki bölge kesiştiği için ($A \cap B = [65, 70) \neq \emptyset$) birleşim kesintisiz tek bir aralıktır:

$A \cup B = (10, 70) \cup [65, 105] = (10, 105]$

$A \cup B = \{x \mid 10 < x \leq 105, x \in \mathbb{R}\}$ (5 puan)

4. A kümesi $\{..., -3, -1, 1, 3, ...\}$ tür.

TAM PUAN (15 PUAN)

I. A kümesi, tam sayılar kümesinin bir alt kümesidir. Tam sayılar kümesindeki her eleman sayı doğrusu üzerinde yerleştirildiğinde sağa doğru büyür, sola doğru küçülür. Dolayısıyla A kümesinin elemanları arasında da (örneğin $... -3 < -1 < 1 < 3 ...$) her zaman kesin bir büyüklük - küçüklük ilişkisi kurulabilir. Sayı doğrusunda her elemanın yeri kesin olarak belirlenebileceğinden I. ifade doğrudur.

II. A kümesinin elemanları ardışık tek tam sayılardan oluşmaktadır. Bu kümeden seçilen ardışık iki tek tam sayı (örneğin 1 ve 3) arasında başka bir tam sayı (2) bulunsa da, bu sayı tek sayı olmadığı için A kümesinin bir elemanı değildir. Dolayısıyla rastgele seçilen herhangi iki farklı elemanın arasında her zaman yine bu kümeye ait başka bir eleman yer almaz. Bu nedenle II. ifade yanlıştır.

III. A kümesinin elemanları tek tam sayılardır. Matematiksel olarak herhangi iki tek tam sayının toplamı her zaman çift bir tam sayı verir. Çift tam sayılar A kümesinin bir elemanı değildir. Örneğin, A kümesinden seçilen -1 ve 1 elemanlarının toplamı $-1 + 1 = 0$ 'dır ve $0 \notin A$ 'dır. Bu nedenle III. ifade yanlıştır.

IV. A kümesinin elemanları tek tam sayılardır. Herhangi iki tek tam sayının çarpımı her zaman yine bir tek tam sayı verir. Örneğin $3 \cdot 5 = 15 \in A$ 'dır. A kümesinin elemanlarından seçilen herhangi iki elemanın çarpımından elde edilen sonuç yine A kümesinin elemanı olduğundan IV. ifade doğrudur.

KİSMİ PUAN (8 PUAN)

Öğrenci, ifadelerin doğru ya da yanlış olma durumunu yazar ancak matematiksel genellemeler yapmak (örneğin "iki tek sayının toplamı çifttir" demek) yerine sadece sınırlı sayısal örnekler üzerinden basit açıklamalar yapar.

Örnek Yanıt:

I. A kümesinin elemanları arasında her zaman bir büyüklük-küçüklük ilişkisi kurulabildiği için I. ifade doğrudur.

II. A kümesinden seçilen 1 ve 3 elemanlarının arasında, A kümesine ait başka bir eleman yer almadığından II. ifade yanlıştır.

III. A kümesinden seçilen -1 ve 1 elemanlarının toplamı $-1 + 1 = 0 \notin A$ dır. Bu nedenle III. ifade yanlıştır.

IV. A kümesinin elemanlarından seçilen herhangi iki elemanın çarpımı yine A kümesinin elemanı olduğundan IV. ifade doğrudur.

SIFIR PUAN

Cevap yok veya tamamen yanlış bilgiler içermektedir. Doğru / Yanlış (tek kelimelik cevaplar)

5. 5.1. (7 puan)

Sayı	Ardışık İki Tam Kare	Fark
7	$4^2 - 3^2$	$16 - 9 = 7$
11	$6^2 - 5^2$	$36 - 25 = 11$
15	$8^2 - 7^2$	$64 - 49 = 15$
19	$10^2 - 9^2$	$100 - 81 = 19$

Görünen Düzen: Her **tek** sayı, **ardışık** iki **tam kare sayının** farkı olarak yazılabilir.

Bu düzenin bütün tek sayılar için geçerli olduğu yalnızca bu tablodan söylenemez. Tablo dört durumu göstermektedir; sonlu sayıda örnek bir önermeyi çürütebilir, ancak doğruluğunu kanıtlamaz. “Her tek sayı” ifadesi sonsuz sayıda durumu kapsadığından, genel geçerliliğin harflerle ispatlanması gerekir.

5.2.

Çarpımın açılımı:

$$(a - b)(a + b) = a(a + b) - b(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2 \quad (2 \text{ puan})$$

Birinci adımda çarpmanın toplama ve çıkarma üzerine dağılma özelliği kullanılmıştır. $+ ab$ ile $- ab$ terimleri birbirini götürür; bu, toplamaya göre ters eleman özelliğinin sonucudur ($ab + (-ab) = 0$). Kalan terimlerin yazılmasında ise toplamaya göre birim eleman olan 0 devreye girer. (2 puan)

$$\text{Elde edilen özdeşlik: } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Önermenin sembolik ifadesi:

$$\forall k \in \mathbb{N} \text{ için } (k + 1)^2 - k^2 = 2k + 1 \quad (2 \text{ puan})$$

İspat:

$$\begin{aligned}
 &(k + 1)^2 - k^2 \\
 &= ((k + 1) - k) \cdot ((k + 1) + k) \\
 &= 1 \cdot (2k + 1) \\
 &= 2k + 1
 \end{aligned}$$

Her k doğal sayısı için $2k + 1$ bir tek sayı olduğundan, her pozitif tek sayı ardışık iki tam karenin farkıdır. (2 puan)

6. 6.1.

$$f(x) = x$$

$2f(x)$ 2 katına çıkar

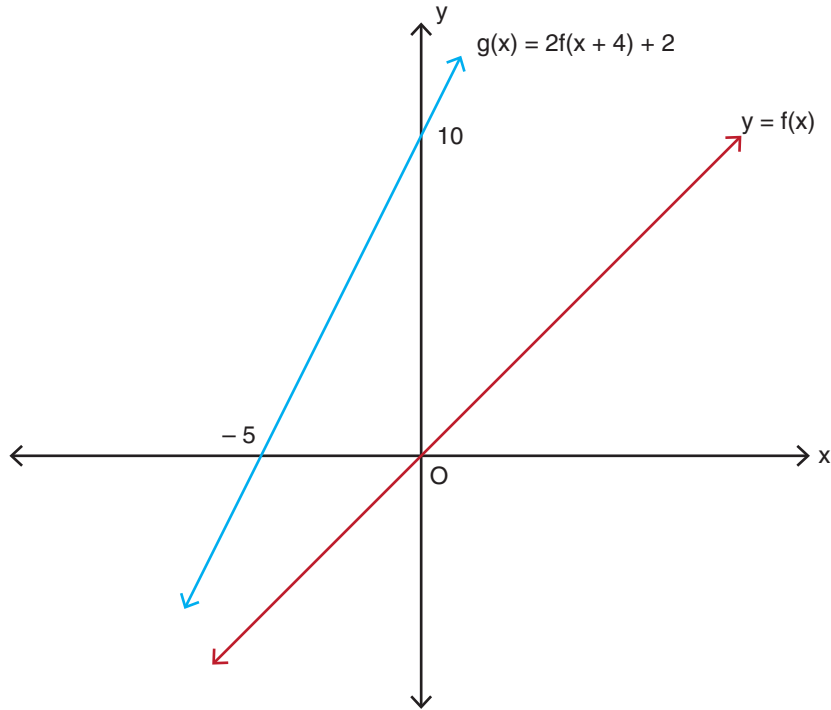
$2f(x + 4)$ 4 birim sola ötele $g(x) = 2f(x + 4) + 2$... 2 birim yukarı çıkar.

Yeni fonksiyon $g(x)$ olsun. Bu durumda, $g(x) = 2f(x + 4) + 2$ şeklinde olur. **(6 puan)**

6.2. (8 puan)

Fonksiyon	Fonksiyonun Sıfırı	Fonksiyonun İşareti	Fonksiyonun Artanlığı - Azanlığı	Fonksiyonun Maksimum - Minimum Noktaları	Fonksiyonun Bire Birliği
f	0	$x < 0$ için negatif, $x > 0$ için pozitif	Artan	Yok	Bire Bir
g	- 5	$x < - 5$ için negatif, $x > - 5$ için pozitif	Artan	Yok	Bire Bir

6.3. (6 puan)



$y = f(x)$ doğrusunun eğimi 1, $y = g(x)$ doğrusunun eğimi 2'dir. Bu nedenle $y = g(x)$, $y = f(x)$ 'e göre daha diktir; x eksenini boyunca 1 birim sağa ilerlerken $y = f(x)$ 1 birim, $y = g(x)$ 2 birim yükselir.

$y = g(x)$, $y = f(x)$ 'in yalnızca ötelenmiş bir kopyası değildir; çünkü ötelenen bir doğrunun eğimi değişmez. Eğimin değişmesi, uygulanan ilk dönüşümün (değerlerin 2 ile çarpılması) sonucudur. $y = f(x)$ ile $y = g(x)$ doğruları birbirine paralel değildir.

$y = f(x)$ doğrusu orijinden geçer; x eksenini ve y eksenini aynı noktada $(0, 0)$ 'da keser.

$y = g(x)$ ise x eksenini $(-5, 0)$ noktasında, y eksenini $(0, 10)$ noktasında keser. Buna göre $y = g(x)$ 'in sıfırı $y = f(x)$ 'e göre 5 birim sola kaymış, y eksenini kestiği nokta ise 10 birim yukarı taşınmıştır.